

Franck Jovanovic et Philippe Le Gall 2002 « Genèse et nature de la *Théorie de la spéculation* : les contributions de Louis Bachelier et de Jules Regnault à la théorie financière et à l'économétrie », in *Louis Bachelier, aux origines de la finance mathématique*, édité par J.-M. Courtault et Y. Kabanov, Besançon : Presses Universitaires Franc-Comtoises, pp. 165-202.

Genèse et Nature de la *Théorie de la Spéculation* : Les contributions de Louis Bachelier et de Jules Regnault à la Théorie Financière et à l'Econométrie

Franck JOVANOVIC et Philippe LE GALL*

De nombreuses recherches, menées ces dernières années, ont permis de reconnaître et de consacrer, légitimement, la place de Louis Bachelier dans l'histoire de la théorie financière. Ces travaux ont emprunté quatre directions complémentaires. Premièrement, un approfondissement *biographique* a permis de compléter la connaissance extrêmement fragmentaire que l'on avait de cet auteur (Courtault *et alii*, dans cet ouvrage). Deuxièmement, une analyse fine de la *structure de son modèle* a été entreprise, par exemple par Carraro (1999). Troisièmement, et suivant en cela des travaux déjà anciens menés par Benoît Mandelbrot, plusieurs études ont permis de comprendre *l'importance rétrospective* de ses travaux et de les relire en particulier à la lumière des théories de l'efficacité informationnelle (Walter 1996). Ces trois voies de recherche ont toutefois en commun le fait de considérer Bachelier comme un précurseur idéal. Une quatrième direction s'imposait donc, destinée à analyser les *conditions d'émergence* de la *Théorie de la Spéculation* (1900) : il s'agit d'entreprendre un approfondissement historique, mené dans une perspective contextuelle. Cette démarche permet de comprendre de quelle manière certaines origines de la thèse de Bachelier devaient être trouvées dans le contexte scientifique de l'époque (Taqqu, dans cet ouvrage) comme dans les travaux d'autres théoriciens et praticiens, en particulier Henri Lefèvre et Jules Regnault (Jovanovic 2000, 2002).

* Franck Jovanovic : GRESE-Université Paris 1 (jova@univ-paris1.fr). Philippe Le Gall : GEAPE-Université d'Angers et GRESE-Université Paris 1 (phlegall@univ-paris1.fr).

C'est cette quatrième direction que nous souhaiterions suivre ici. Plus précisément, notre objectif consistera à étoffer la connaissance historique que l'on a de la thèse de Bachelier, et cela dans une double perspective. D'une part, d'un point de vue *interne* à l'analyse de Bachelier, nous voudrions examiner deux facettes de cette thèse qui n'ont retenu jusqu'ici que peu d'attention : la *confrontation effectuée entre le modèle théorique et les observations*, qui conduit à envisager une intersection entre Bachelier et l'histoire de l'économétrie, et l'inscription de cette thèse dans un *projet plus général* de Bachelier, consistant à généraliser l'usage des probabilités en temps continu. D'autre part, d'un point de vue plus *externe*, il s'agira de mieux établir et comprendre les filiations théoriques et méthodologiques existant entre Bachelier et d'autres auteurs qui lui sont antérieurs.

Bachelier a-t-il pu s'appuyer sur certains travaux ? Cette question n'a jamais vraiment été posée tant son travail particulièrement novateur semblait s'imposer et d'autant qu'il ne cite aucune source¹. Si, encore récemment, les connaissances théoriques en finance des intervenants français de la fin du 19^e siècle étaient relativement peu et mal connues, des recherches récentes permettent d'apporter un certain nombre d'éléments à cette interrogation². Deux éléments utilisés par Bachelier dans sa thèse nous intéressent ici : les représentations graphiques et le modèle de marche aléatoire³.

Il s'avère en effet que les graphiques utilisés par Bachelier pour représenter des opérations à terme et le modèle de marche aléatoire bénéficiaient à la fin du 19^e siècle d'une assez large diffusion. La représentation graphique du résultat comptable des opérations boursières a ainsi été proposée pour la première fois par Henri Lefèvre en 1870 (Jovanovic 2002). Un exemplaire de l'ouvrage dans lequel cet actuaire français, ancien secrétaire particulier du Baron de Rothschild, enseignant et banquier, présentait sa méthode avait été commandé par la Compagnie des Agents de Change pour chacun de ses membres. Était également disponible au palais Brognard une affiche les présentant et proposant des cours particuliers pour leur enseignement (Lefèvre 1874). Enfin, leur présentation avait fait l'objet de deux articles dans le *Journal des Placements Financiers* que Lefèvre avait créé et de plusieurs articles dans le *Journal des Actuaire Français*⁴. Quant à lui, le modèle de marche aléatoire pour représenter les variations boursières a été proposé pour la première fois en 1863 par un employé d'agent de change : Jules Regnault⁵. Cet ouvrage bénéficiait également d'une certaine diffusion. Il était connu des actuaires français –en tant qu'ouvrage de

¹ Nous tenons à souligner que la référence à l'ouvrage de Charles Castelli dans la traduction anglaise de la thèse de Bachelier (*in* Cootner 1964) est une référence ajoutée par le traducteur, et que cet ouvrage n'est pas mentionné dans la thèse de Bachelier.

² Il existe en France à partir du milieu du XIX^e siècle plusieurs tentatives de construction d'une théorie financière dont Jovanovic (2000, 2001, 2002) et Jovanovic et Le Gall (2001b) rendent compte.

³ Notons que ni Regnault ni Bachelier n'utilise ce terme ; cependant, pour faciliter la lecture, nous emploierons ce terme dans son usage actuel.

⁴ Elles seront également reprises ou citées par deux actuaires français : Pochet (1873), Lefèvre (1873-4) et Charlon (1878).

⁵ Jules Regnault est né le 2 février 1833 à Bethencourt (Nord). De 1862 à 1866, il a résidé à Paris 9^{ème}, 13 rue Neuve-des-martyrs (adresse fournie par Regnault sur la page de garde de son ouvrage et qui est aujourd'hui la rue Manuel) avec Odilon Regnault –certainement son frère– né le 4 septembre 1827 à Cambrai (Nord). Ce dernier exerçait également la profession d'employé d'agent de change. Voir les archives de la ville de Paris : listes électorales 9^{ème} arrondissement de 1862 (D1M2/77) ; de 1863 (D1M2/85) ; de 1864 (D1M2/92) de 1865 (D1M2/100) ; de 1866

probabilités par Hermann Laurent (1873, 1893)⁶ et ouvrage de bourse par Emile Dormoy (1872-1873, 1875)– et avait également retenu l'attention de Pierre Larousse qui lui consacre une entrée dans son encyclopédie du 19^e siècle⁷.

La connaissance de ces travaux s'est également prolongée après 1900 : l'ouvrage de Regnault est référencé dans « Les applications du calcul des probabilités » de Vaschide et Piéron (1903) comme dans la *Théorie et pratique des opérations financières* de Barriol (1908)⁸. En outre, en 1910, un spéculateur, Maurice Gherardt, s'appuie dans *Le gain mathématique à la Bourse* sur les travaux de Regnault et de Bachelier dont il prolonge les résultats statistiques pour proposer une méthode permettant de gagner à la bourse. En 1923, Massebeuf, un économiste et juriste français, soutient sa thèse sur les marchés d'option devant l'un des plus grands économistes français de l'époque, Albert Aftalion ; cette thèse se réfère aux ouvrages de Regnault, Gherardt et Lefèvre.

Suggérer que Bachelier ait pu s'appuyer sur des travaux antérieurs reste tellement à contre courant de l'« histoire » qui s'est imposée que cette position peut surprendre et gêner. Cependant, ces éléments ne sont pas les seuls qui remettent en cause cette « histoire ». En effet, on considérait il y a encore peu que la thèse de Bachelier avait été oubliée avant d'être découverte aux Etats-Unis en 1955. Or, Taqu (voir dans cet ouvrage l'entretien avec Bernard Bru) montre qu'il n'en est rien pour le domaine des mathématiques et des probabilités. Qu'en est-il de l'économie ? Là encore, l'histoire que l'on connaissait est mise à mal. Comme nous l'avons dit, Vaschide et Piéron, Barriol, Massebeuf et Gherardt citent les travaux financiers de Bachelier ou de Regnault. N'oublions pas non plus que Bachelier a enseigné dans diverses universités et qu'il publie en 1938 un ouvrage sur *La spéculation et le calcul des probabilités*. En outre, le *Calcul des probabilités* est cité dans *Nouvel exposé de la théorie mathématique du jeu de Baccara* (1927) édité par Lafaye (inspecteur des jeux au Casino de Vichy) et Krauss (membre de l'Institut des Actuaire Français et de la Société de

(D1M2/111). Rappelons qu'à cette époque il existait seulement 60 charges d'agent de change ; ces officiers publics avaient le monopole des opérations de bourse.

⁶ Rappelons que Poincaré avait un intérêt pour les relations entre mathématiques et économie et finance puisqu'il a essayé de créer une chaire de chrématistique devant être occupée par Hermann Laurent –malheureusement ce dernier est mort prématurément en 1908–, qui connaissait d'ailleurs l'ouvrage de Regnault.

⁷ Il est cependant à noter qu'il existe une erreur dans cette encyclopédie qui attribue cet ouvrage à Jean-Joseph Nicolas Regnault, dont certains ouvrages étaient signés "J. Regnault" (ce qui est certainement à l'origine de cette confusion). Ce conducteur des Ponts et Chaussées, né à Villers-la-Montagne (Moselle) le 4 juin 1797, est décédé le 17 juillet 1863 à Paris. A partir des informations biographiques disponibles sur Jules Regnault (note 5), nous constatons d'une part que cette date de naissance ne correspond pas à celle de Jules et d'autre part que ce dernier vivait jusqu'en 1866 13 rue Neuve-des-martyrs, tandis que Jean-Joseph Regnault est mort en 1863 à son domicile 15 rue Saint-Charles (Paris 17^{ème}). Cette erreur sera reprise dans le dictionnaire Lorenz –tome des années 1840-1865– qui recensait les ouvrages publiés. Elle demeure toujours dans la notice de la bibliothèque du Sénat américain qui dispose d'un exemplaire de l'ouvrage de Jules Regnault –la bibliothèque de Londres comme la Bibliothèque nationale de Paris disposant également d'un exemplaire. Notons enfin qu'un descendant indirect de Jean-Joseph Regnault entretient toujours cette confusion sur la page de son site (<http://perso.club-internet.fr/driout/Regnault.html>) sans prendre en compte toutes les informations précédemment mentionnées que nous lui avons bien entendu transmises, en particulier le fait que Jules Regnault était toujours vivant après 1863.

⁸ Comme le souligne Taqu, Alfred Barriol était le premier professeur de finance de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris et son ouvrage « était utilisé par des générations d'étudiants en finance et en assurance » ! Précisons que Barriol ne cite ni Bachelier ni Lefèvre bien qu'on y retrouve les graphiques de Lefèvre et certains arguments de Bachelier.

Statistique de Paris)⁹. Dans *La Chance et les jeux de hasard* de 1936, Marcel Boll, Professeur agrégé de l'Université, attribue à Bachelier « la théorie des jeux équitables et de la spéculation (1912) » (1936, 356). Enfin et surtout, les travaux financiers de Bachelier et ceux de Regnault étaient présentés par Julien Laferrière dans son cours intitulé « La loi juridique et la loi scientifique de la Bourse » et professé en Sorbonne pendant les années 1940 et jusqu'en 1951¹⁰. Dans ses notes manuscrites, il présente les travaux de Bachelier et se réfère également à l'ouvrage de Regnault :

« L'année même –1863– où Augustin Cournot, le fondateur de l'école mathématique française en économie politique, le « théoricien du hasard », tout à la fois économiste, mathématicien et philosophe, publiait ses « Principes de la théorie des Richesses », Jules Regnault, dans un livre de nos jours introuvable et ayant pour titre « Calcul des chances et philosophie de la Bourse », posait les premières bases de la théorie mathématique de la spéculation. Mais c'est près de quarante ans plus tard que Monsieur Louis Bachelier, dans sa thèse de doctorat es-sciences, soutenue en 1900 devant la Faculté de Paris et dédiée à son maître Henri Poincaré, esquisse de façon véritablement scientifique la « Théorie de la spéculation », montrant qu'elle constituait une science exacte, supérieure même au calcul des probabilités classiques. Après l'avoir professée pendant plusieurs années à la Faculté même des Sciences de Paris, il la reprit et la développa dans son gros traité sur le « Calcul des probabilités » (1912 Gauthiers-Villars) (Laferrière 1951, 4-5).

Ces investigations peuvent bien évidemment être complétées ; nous proposons dans la présente contribution de livrer au lecteur un premier bilan des connaissances actuelles pour tenter de mieux comprendre l'apport de Bachelier au niveau de la théorie financière.

Etant donnée la diffusion des travaux de Lefèvre et Regnault, nous pouvons être surpris que Bachelier ne cite aucun ouvrage. Pourtant tout laisse penser qu'il connaissait ces travaux. Trois éléments méritent ici d'être précisés. Tout d'abord, rappelons que le fait de ne pas citer ses sources était courant à cette époque. Ensuite, comme nous l'avons expliqué dans des travaux antérieurs (Jovanovic 2000), Bachelier, mathématicien, ne s'intéresse pas vraiment à la théorie économique mais à la théorie des probabilités ; dès lors, il est permis de penser qu'il ne connaissait pas nécessairement l'originalité des travaux sur lesquels il a pu s'appuyer¹¹. Enfin, ses concepts économiques sont en tout point identiques à ceux de Regnault et introduits dans le même ordre : l'équité du jeu, le cours vrai, la loi normale, la loi de la racine carrée du temps¹². Ce faisceau de coïncidences est troublant. L'absence de références ne constituant nullement une preuve de l'ignorance de travaux, nous faisons dans cet article l'hypothèse que Bachelier connaissait *Le Calcul des chances et philosophie de la bourse* de Jules Regnault.

⁹ Ces références sont données en complément de celles indiquées dans cet ouvrage par Taqqu.

¹⁰ Il existe à la Bibliothèque Cujas une liasse de feuilles manuscrites (cote MS 196) classées par chapitre qui constituent le manuscrit d'un ouvrage jamais publié donné par Laferrière en 1951 au conservateur. Ce professeur à la Faculté de droit de Paris a dispensé pendant l'année universitaire 1938-1939 un cours de droit constitutionnel et contentieux administratifs et, pendant les années 1943-1951, un cours de 3^{ème} année de législation financière. Soulignons qu'au moment où ce cours était professé, la séparation institutionnelle entre les enseignements de droit et d'économie n'existait évidemment pas encore –l'économie dépendait du droit–, ce qui explique qu'un professeur de droit puisse enseigner un cours dont le contenu était aussi économique.

¹¹ Précisons que la plupart des auteurs qui, à cette époque, étudiaient la théorie financière citent ces ouvrages, preuve qu'ils n'étaient pas considérés par les spécialistes comme une connaissance commune.

¹² Indépendamment de nos travaux, Pierre Crépel nous a fait parvenir ses notes de la présentation orale faite le 20 octobre 1992 par Bernard Bru au séminaire de probabilités, Université de Paris VI, sur le travail de Bachelier. Bru expliquait que « le livre de Regnault était cité par tout le monde sauf par Bachelier » et qu'il contient « les principes et le mouvement brownien de Bachelier ».

Ce article tente de montrer de quelle manière et pour quelles raisons Bachelier s'inscrit dans la continuité des travaux de Regnault, en n'en retenant que certains aspects. Trois parties structurent ce article. Tout d'abord, nous nous livrons à une archéologie du modèle de marche aléatoire, en confrontant leurs résultats théoriques. Ensuite, cette confrontation révèle le fait qu'à la différence de Regnault, Bachelier n'adopte pas une posture d'économiste : il étudie les cours boursiers à travers le prisme d'un projet probabiliste et non d'un questionnement de nature économique. Enfin, nous examinons la dimension empirique de la *Théorie de la Spéculation* et du *Calcul des Chances*, jusqu'ici peu explorée, en proposant une insertion de ces ouvrages dans l'histoire de l'économétrie.

1. ARCHEOLOGIE DU MODELE DE MARCHE ALEATOIRE

Le seul travail auquel Bachelier se soit intéressé et dont le support est économique concerne la théorie financière, qu'il a analysée d'un point de vue théorique dans la *Théorie de la spéculation* (1900) —un travail repris dans ses publications postérieures— comme d'un point de vue pratique dans son cours de 1910 à la Faculté des Sciences de Paris. Et c'est précisément en cela que sa thèse nous intéresse ici : elle constitue son seul travail économique. Or, ce travail ne peut être compris indépendamment de celui de Regnault. Il s'agira ici d'analyser la manière dont Bachelier a été conduit à épurer le modèle du joueur développé dans le *Calcul des Chances et Philosophie de la Bourse*. Un premier point présente la thèse de Bachelier et un second point le travail correspondant de Regnault.

1.1. LA THESE DE LOUIS BACHELIER

Dans sa thèse, Bachelier s'intéresse à la formulation mathématique de la loi du hasard dont Regnault a montré qu'elle pouvait régir les cours boursiers. Bachelier énonce très précisément son objectif : établir « une formule » qui exprime « la loi de probabilité des variations de cours qu'admet le marché à un instant donné » car une telle formule « ne paraît pas jusqu'à ce jour avoir été publiée ; elle sera l'objet de ce travail » (1900, 22). Sa thèse s'articule autour de cette formule qu'il souhaite démontrer d'une manière totalement nouvelle : sa démarche consiste à raisonner dès le départ sur des probabilités en temps continu¹³ —il n'est ainsi plus nécessaire de passer par le temps discret. Pour ce faire, Bachelier établit les propriétés de la loi normale par deux démonstrations conduites en parallèle : l'une avec des probabilités en temps continu, l'autre avec des probabilités en temps discret plus un passage à la limite.

Précisons d'emblée la signification de cette approche, et la manière dont elle se concrétise dans la *Théorie de la Spéculation*. La démarche de Bachelier consiste à retrouver ce qu'il a postulé : dans le cas présent, il postule que les variations des cours boursiers suivent une loi normale, puis vérifie que ces deux démonstrations (l'une en temps continu, l'autre en temps discret avec un passage à la limite) permettent de retrouver cette loi normale.

¹³ Bachelier établira définitivement ce résultat dans son article de 1901. Sur l'originalité de cette démarche, voir dans cet ouvrage le article de Taqqu.

Bachelier applique ce principe d'une double démonstration aux « deux problèmes de la théorie de la spéculation » qu'il se propose de résoudre¹⁴ : d'une part, chercher la probabilité pour qu'un cours donné soit atteint ou dépassé à une époque donnée —ce qui correspond à rechercher la probabilité qu'une option européenne soit exercée— et d'autre part, chercher la probabilité pour qu'un cours donné soit atteint ou dépassé avant une époque donnée —c'est-à-dire la probabilité qu'une option américaine soit exercée¹⁵.

Afin d'identifier et de comprendre la méthode de Bachelier, intéressons-nous à la résolution qu'il propose du premier « problème » de la spéculation. Il envisage successivement deux cas —correspondant aux deux démonstrations évoquées ci-dessus. Dans le premier cas, il raisonne sur des probabilités composées. Il vérifie que la probabilité recherchée suit bien une loi normale, puis il calcule par une intégration par parties la probabilité que le cours x soit atteint ou dépassé à un moment du temps¹⁶. Dans le second cas, l'approche en temps discret consiste à raisonner à partir d'un réseau de points, comme celui d'un arbre binomial, qui représente l'ensemble des trajectoires possibles d'un cours boursier pendant un intervalle de temps. Pour obtenir la distribution de probabilité de la loi qui régit les variations boursières, Bachelier propose de diviser le temps en intervalles très petits Δt pendant lesquels l'amplitude des variations du cours est très faible, si bien que « les écarts considérables ont une probabilité évanouissante » (Bachelier 1900, 40). Il suppose ainsi la continuité du temps comme celle des variations. En considérant l'évolution de la probabilité entre deux instants, Bachelier propose une analogie avec la physique et désigne cette évolution sous le nom de « théorie du rayonnement de la probabilité ». Il démontre alors que cet accroissement suit une équation de Fourier et aboutit au même résultat qu'en temps continu. En définitive, à travers cette démarche, il montre que le raisonnement mené sur la base de probabilités en temps discret avec un passage à la limite conduit au même résultat qu'un raisonnement mené en temps continu.

Il ressort de l'étude de la thèse de Bachelier, et ses publications postérieures le confirment, que son objet d'étude est le calcul des probabilités ; la théorie financière n'est finalement qu'un support pour son analyse mathématique¹⁷. Il ne tente pas de montrer que les variations suivent la loi normale ni qu'elles

¹⁴ Précisons que sa thèse est construite autour de ces deux démonstrations totalement imbriquées lui permettant d'établir trois résultats. Tout d'abord, la loi de probabilité —par les probabilités en temps continu (pp. 34-38) comme par les probabilités en temps discret plus un passage à la limite grâce à la formule de Stirling (pp. 38-42). Ensuite, la probabilité pour qu'un cours soit atteint ou dépassé à une époque donnée —par les probabilités en temps continu (pp. 42-45) comme par les probabilités en temps discret (pp. 45-49). Enfin, la probabilité que le cours soit atteint ou dépassé dans un intervalle de temps donné —par les probabilités en temps continu (pp. 70-72) comme par les probabilités en temps discret (pp. 72-75). Pour faciliter la lecture nous regroupons ces étapes et distinguons le temps continu du temps discret.

¹⁵ Ce vocabulaire n'apparaît pas dans la *Théorie de la Spéculation* : suivant l'usage de son époque en France, Bachelier parle d'opérations à prime pour désigner les options européennes. Les options américaines n'existant pas alors sur la place parisienne, la résolution du second problème de la spéculation s'apparente à l'une des étapes de l'étude mathématique des probabilités en temps continu de n'importe quel phénomène aléatoire réel. Bachelier annonce en cela son projet général. L'application de ce second problème se présente ainsi comme un exercice théorique, qui n'est d'ailleurs pas confronté à l'observation (pp.75-77).

¹⁶ C'est précisément de ce premier problème de la spéculation que Samuelson (1965, 42) repart pour montrer que les variations des cours au comptant des contrats à terme peuvent être représentées par un modèle de martingale.

¹⁷ Nous voulons souligner par cette remarque le fait que Bachelier est préoccupé par la construction d'une théorie générale et unifiée du calcul des probabilités ; il étudie en particulier dans sa thèse et dans son article de 1901 la

suivent une marche aléatoire —il le postule, ceci ayant été étudié par Regnault—, mais il souhaite simplement s'intéresser aux propriétés mathématiques des probabilités en temps continu. Il apporte ainsi une démonstration mathématique du modèle de Regnault.

1.2. LE MODELE DE JULES REGNAULT

Pour mener son étude mathématique, Bachelier ne construit pas un nouveau modèle financier mais reprend celui de Regnault qui, en 1863, représente les variations boursières par un modèle de marche aléatoire symétrique et dont les variations suivent une loi normale. Présentons brièvement ici son modèle de court terme —qualifié par son auteur de modèle du « Jeu ».

Regnault étudie le caractère aléatoire des variations boursières en les assimilant à un jeu de pile ou face. En s'appuyant sur l'hypothèse de l'absence d'opportunité d'arbitrage¹⁸, il considère qu'à chaque instant la probabilité que le cours augmente est égale à celle qu'il baisse. Le cas d'une non-égalité ne peut être retenu car l'opportunité d'arbitrage qui en résulterait serait immédiatement exploitée¹⁹ :

« Dans tous les jeux de hasard qui comprennent deux chances contraires, l'égalité relative résulte précisément de la faculté pour le joueur de choisir l'une ou l'autre chance à volonté : [...] si l'une des deux chances offrait un peu plus d'avantage que l'autre, c'est celle-là que l'on choisirait à tout coup » (Regnault 1863, 41).

De la même manière, il suppose que les mouvements des cours boursiers sont indépendants :

« Il est certain que quand je joue à pile ou face, chaque coup est complètement indépendant des précédents, ou du moins n'a pas de dépendance appréciable [...]. De même à la Bourse, le joueur est toujours tenté de conjecturer ce qui doit arriver d'après ce qui est arrivé [...] bien qu'après tout il y ait complète indépendance entre ces divers effets » (1863, 38).

Par conséquent, à « la Bourse, tous les événements possibles ne peuvent déterminer que deux effets contradictoires qui sont la *hausse* et la *baisse* » (1863, 15) avec la probabilité $\frac{1}{2}$ de se réaliser²⁰.

Son modèle établi, Regnault examine la manière dont les prix fluctuent au cours du temps et découvre une relation que l'on retrouve également chez Bachelier entre l'écart moyen des cours et le temps²¹ :

« Il existe donc une loi mathématique qui règle les variations et l'écart moyen des cours de la Bourse [...], nous la formulons ici pour la première fois :

L'ECART DES COURS EST EN RAISON DIRECTE DE LA RACINE CARREE DES TEMPS » (1863, 50).

question du calcul des probabilités en temps continu. La question soulevée ici n'est pas celle du formalisme ou de l'utilisation de mathématiques, mais celle de la finalité du travail de Bachelier : elle montre que la bourse représente un support pour ses recherches et non un but en soi.

¹⁸ Cette terminologie contemporaine n'apparaît bien évidemment pas chez Regnault. Ce dernier utilise le terme d'arbitrage.

¹⁹ Nos citations de l'ouvrage de Regnault méritent d'être confrontées à la thèse de Bachelier afin de se rendre compte de la proximité des concepts employés ; nous ne ferons pas ici de comparaison terme à terme.

²⁰ L'hypothèse de ce principe d'égalité n'est pas étrangère aux débats juridiques et moraux de l'époque concernant les marchés financiers (Jovanovic 2001).

²¹ Chez Regnault, l'écart moyen est la valeur moyenne des prix extrêmes pendant une certaine période de temps.

Une différence essentielle relative à la formulation de cette loi par ces deux auteurs doit cependant être remarquée : Bachelier la déduit de son modèle mathématique tandis que Regnault la déduit de l'observation et des lois générales de la nature²².

Nous voyons ainsi la manière dont Regnault construit son modèle de marche aléatoire. Cependant, il nous reste encore à présenter la manière dont il introduit la loi normale pour rendre compte des fluctuations boursières.

Regnault considère que les intervenants ne sont pas tous identiques — nous y reviendrons par la suite. Par conséquent, l'évaluation du prix d'un titre varie selon chaque intervenant. Du fait de cette évaluation subjective, Regnault suppose qu'en l'absence de tout nouvel événement susceptible d'influencer l'évaluation du titre considéré, les transactions boursières créent des fluctuations qui se distribuent selon la loi normale²³ :

« Les nombres donnés par chacun des observateurs ne se présenteront pas au hasard et sans ordre, mais se grouperont, en vertu d'une certaine loi, de la manière la plus symétrique des deux côtés de la valeur moyenne ; si on divisait en parties égales la distance qui s'étend de cette valeur aux termes extrêmes, la valeur numérique de chaque groupe irait sans cesse en diminuant progressivement à mesure qu'on s'éloignerait de la valeur moyenne » (1863, 25)²⁴.

Avec la distribution normale, Regnault retrouve la distribution binomiale des possibles variations boursières propre à un jeu de pile ou face. Contrairement à la thèse de Bachelier, la loi normale est ici indépendante du passage à la limite. C'est ce modèle que Bachelier reprend dans sa thèse et sur lequel il s'appuie pour étudier les probabilités en temps continu. Mais il ne s'intéresse qu'à la structure mathématique du modèle : cette préoccupation strictement mathématique est particulièrement frappante lorsque l'on s'arrête sur le contenu économique et financier de sa thèse comme de ses travaux postérieurs.

2. DE QUOI BACHELIER FAIT-IL L'ECONOMIE ?

La lecture de la thèse de Bachelier et de ses écrits postérieurs peut laisser perplexe l'économiste : aucune référence aux travaux économiques antérieurs traitant de ce sujet — comme ceux de Emile Dormoy (1872-1873), Henri Lefèvre (1870a, 1870b, 1873-1874), Léon Pochet (1873) ou encore Regnault (1863) — n'y apparaît. Et surtout, une lecture attentive montre que les réflexions et les analyses économiques sont les grandes absentes des travaux de Bachelier et que les rares explications économiques qu'il offre sont parfois ambiguës.

2.1. HISTOIRES DE FLOU

²² Voir ci-dessous.

²³ Regnault ne nomme jamais explicitement la loi normale, ce terme n'apparaissant qu'en 1877 avec Wilhelm Lexis (Armatte 1991) ou en 1888 avec Francis Galton (Hacking 1990). Toutefois, ses représentations graphiques (voir par exemple 1863, 167) ou de nombreux passages (voir par exemple 1863, 27) montrent qu'il raisonne effectivement sur la base de cette loi.

²⁴ Comme le soulignent Feldman et *alii* (1991), une telle description de la loi normale était courante à cette époque. Ajoutons que dans son ouvrage, Regnault se réfère à Adolphe Quételet (1863, 157), qui utilise massivement la loi normale dans l'étude de phénomènes sociaux.

Certains concepts et définitions qu'il utilise sont en effet imprécis, en particulier dans le domaine économique. Par exemple, les variations des cours boursiers sont aussi bien dues aux événements —l'infinité des causes— qu'à l'ignorance des individus —celle-ci conduisant à des erreurs d'évaluation. Occultant toute réflexion sur les causes des variations des cours²⁵, Bachelier attribue, selon les passages, le même effet à des causes complètement différentes. Par exemple, la forme plus ou moins écrasée de la courbe de variation des cours —qui suit une loi de Gauss— est parfois due à l'ignorance des intervenants (1914, 249) et parfois à la longueur de l'intervalle de temps considéré (1914, 107). De même, les cours sont le résultat d'une infinité de causes, mais parfois ces causes sont contenues dans le cours dès l'origine —dans ce cas, les variations des cours seraient uniquement dues à l'ignorance des individus— et parfois elles arrivent au fur et à mesure —dans ce cas, les variations sont dues à l'ignorance des individus et à l'arrivée de nouvelles informations.

Ce sentiment de flou a également été souligné à plusieurs reprises par Benoît Mandelbrot, qui remarque par exemple que la définition du principe d'espérance mathématique (Bachelier 1914, 180) « soulève une question de base [...] : les probabilités dont nous traitons sont-elles de nature subjective ou objective ? » (Mandelbrot 1966, 62, note). Il met également en exergue le manque de références explicitées par Bachelier et l'ambiguïté de la présentation qui en découle :

« son livre populaire, *Le Jeu, la Chance et le Hasard* (Bachelier 1914) [...] est écrit comme une suite d'aphorismes, dont il n'est pas clair s'ils résument des connaissances déjà acquises, ou esquissent des problèmes à explorer. L'effet cumulatif de cette ambiguïté est troublant » (Mandelbrot 1995, 171).

L'économiste peut être d'autant plus déçu, comme la section suivante l'explique, que l'analyse de Regnault se révèle particulièrement riche au niveau des concepts théoriques économiques et financiers.

Ce constat soulève deux questions. D'une part, quels sont les éléments économiques du modèle de Regnault qui ne se retrouvent pas chez Bachelier ? D'autre part, la faible présence de l'analyse économique peut-elle s'expliquer par la préoccupation mathématique de Bachelier soulignée dans la première partie ?

2.2. L'ANALYSE ECONOMIQUE DU MARCHE BOURSIER

Regnault ne livre pas au lecteur son modèle de marche aléatoire tel que nous l'avons présenté ; chaque hypothèse, chaque conclusion est consciencieusement nourrie par une réflexion économique ou financière. Trois éléments de son analyse méritent ici d'être soulignés.

L'information

La question de l'information et de sa diffusion sur les marchés financiers est au cœur de l'étude de Regnault. Son originalité consiste à expliquer les causes des variations boursières par l'arrivée de nouvelles

²⁵ Comme il l'explique lui-même, « dans la théorie de la spéculation, on se garde donc bien d'entreprendre l'analyse des causes qui peuvent agir sur les cours ; cette recherche serait vaine et ne pourrait conduire qu'à des erreurs » (Bachelier 1914, 176-7).

informations²⁶. Il explique en effet que les cours présents intègrent toute l'information disponible comme leurs conséquences futures :

« En vain [le joueur] prétendrait-il que ce n'est que des conséquences futures et lointaines qu'il voit ces motifs de hausse ou de baisse ; nous savons que ces conséquences, si elles existent, sont contenues dans le cours actuel ; or si on réfléchit à ce que veut dire le mot *valeur*, on verra que la valeur est et ne peut être déterminée que par le *cours* même » (1863, 29-30).

Ou encore,

« Le cours n'est pas toujours uniquement déterminé par les circonstances présentes ; il comprend encore toutes les espérances légitimes qui peuvent être renfermées dans cette situation » (1863, 23).

On peut remarquer que l'on trouve énoncés ici les principes essentiels de la théorie de l'efficacité informationnelle des marchés financiers²⁷. Plus important, à nos yeux : Regnault donne avant tout une explication économique aux variations boursières, Bachelier utilisant ces dernières pour sa démonstration mathématique.

La diversité des intervenants

L'une des particularités de l'analyse de Regnault consiste à raisonner sur des probabilités subjectives²⁸. De ce fait, les probabilités sont le reflet de l'ignorance des individus et, en ce qui concerne les marchés boursiers, de la diversité d'évaluations de la valeur d'un titre par les intervenants.

Arrêtons nous un instant sur ces évaluations. Comme il a été montré dans Jovanovic (2000), bien que l'information publique soit commune à tous les agents²⁹, l'évaluation des effets de chaque événement sur les cours et par conséquent l'estimation de la « valeur »³⁰ d'un titre qui en résulte reste propre à chaque intervenant :

« Non-seulement il n'est pas un seul spéculateur qui, sans toujours s'en rendre un compte exact, n'ait une opinion plus ou moins nette au sujet des probabilités qu'il accorde à tel ou tel événement, mais il n'en est peut-être pas deux sur mille qui aient une même opinion sur l'ensemble des causes et de leurs effets » (1863, 20).

²⁶ Regnault regroupe ces variations dues aux informations dans la catégorie des causes accidentelles, par opposition aux causes constantes qui « agissent d'une manière régulière et continue » —telles que le détachement du coupon. Les causes constantes permettent de déduire l'évolution que devrait suivre normalement le cours de la rente pendant une année, ce que Bachelier désignera par « cours équivalents ». Comme chez Bachelier (1900, 33, note 1), il ne faudrait considérer que les causes accidentelles dans le cas d'une action.

²⁷ Si ces principes sont effectivement à la base de la théorie de l'efficacité informationnelle des marchés financiers, Regnault ne peut en aucun cas être considéré comme étant à l'origine de cette théorie, qui se construit dans les années 1950 et 1960 sur des bases différentes. Pour la même raison, Bachelier ne peut pas être considéré comme le précurseur de cette théorie. Rappelons que la théorie de l'efficacité informationnelle nécessite un modèle d'équilibre des actifs financiers —le MEDAF dans les travaux de Fama (1970, 1976). Or ce type de raisonnement consistant à lier un processus aléatoire à un modèle d'équilibre des actifs financiers n'existe ni chez Bachelier ni chez Regnault.

²⁸ Comme nous l'avons remarqué précédemment, il n'est pas facile de savoir si Bachelier raisonne sur des probabilités subjectives ou objectives. A la lecture de ses travaux, il ressort tout de même qu'il croit en l'inexistence du hasard comme en la conception subjective des probabilités qui l'accompagne.

²⁹ Dans son analyse, Regnault distingue l'information selon son caractère privé ou public. Cependant, il assimile les gains résultant de l'exploitation d'une information privée à un impôt fixe qui grève les frais des agents non informés et se concentre sur la seule information publique.

³⁰ Des guillemets s'imposent, Regnault considérant qu'il ne peut y avoir de valeur absolue d'un titre (1863, 114).

C'est justement cette diversité d'opinions qui permet les échanges, car « si tout le monde avait les mêmes idées et appréciait également les mêmes causes, il n'y aurait plus de contreparties possibles » (Regnault 1863, 22).

Cette évaluation subjective de la valeur des titres financiers a une incidence sur les mouvements des cours. Etant subjectives, ces évaluations sont soumises à l'erreur³¹ et par conséquent, leur distribution suit la loi des erreurs, c'est-à-dire la loi normale. Ainsi, lorsqu'aucune nouvelle information n'arrive sur le marché boursier, l'évaluation de la valeur du titre entreprise par chaque intervenant n'est pas modifiée. Cependant, chaque intervenant ayant une évaluation différente, les échanges qui en résultent conduisent à des variations qui se distribuent suivant la loi normale.

Le rôle économique de la Bourse

Enfin, l'élaboration de ce modèle de marche aléatoire s'accompagne d'une analyse des différents types de spéculation possibles et de leurs conséquences sur le développement économique de la société. Regnault dissocie alors la spéculation économiquement utile de la spéculation économiquement nuisible, cette analyse ne pouvant être isolée du contexte dans lequel Regnault écrit son ouvrage (Jovanovic 2000). Ainsi, le modèle de marche aléatoire caractérise la spéculation de court terme qui est nuisible au développement de la société comme aux spéculateurs —ces derniers se ruinant nécessairement (Jovanovic et Le Gall 2001b).

Ce modèle de marche aléatoire conduit Regnault à s'intéresser aux coûts ou risques que supportent les intervenants. Il en relève quatre : le risque de traiter avec un intervenant qui possède une information privilégiée, le risque que l'ordre ne soit pas exécuté, le risque que les agents manipulent les prix ou l'information, et les frais de courtage qui grèvent chaque opération³². Les trois premiers coûts sont considérés comme négligeables : ils peuvent être évités ou réduits, ou ils sont rares. Par exemple, le risque de traiter avec un intervenant informé peut être restreint en opérant sur des titres pour lesquels le marché est suffisamment profond :

³¹ Cette erreur du joueur s'oppose à la détermination par le spéculateur de la valeur de long terme autour de laquelle les cours gravitent. Sur cette articulation, voir Jovanovic et Le Gall (2001).

³² Les trois premières expressions ne sont pas de Regnault. Soulignons qu'en plus de l'écart moyen introduit précédemment, Regnault calcule un écart probable (*i.e.* l'écart médian). La différence entre ces deux écarts provient de l'instabilité du marché. Si les prix ne varient pas de manière trop importante, il y a peu de différence entre les écarts moyen et probable. Il est intéressant de souligner ici que Regnault considère cette différence comme une mesure du risque du marché : un écart moyen supérieur à l'écart probable indique que la spéculation de court terme domine et le marché est alors plus volatil. Selon ses propres termes : « Nous noterons en passant le rapport remarquable qui unit l'écart probable à l'écart moyen, à peu près égal à 2/3, rapport qu'on trouve fréquemment, qui est celui, par exemple, qui relie la vie probable à la vie moyenne. Ce rapport n'est d'ailleurs pas invariable, il sert à donner la mesure de la régularité du mouvement des cours, et selon que ce mouvement obéit à des secousses moins violentes, à des élans moins discontinus, l'écart probable se rapproche de l'écart moyen ; il pourrait même se confondre avec lui si le mouvement des cours était parfaitement régulier, entièrement continu. Et comme la tendance de la vie probable à se rapprocher de la vie moyenne est un indice des progrès du bien-être et de la civilisation dans un pays, ainsi le rapport des écarts pour les cours, qui tend à se rapprocher de l'unité sans pouvoir jamais y parvenir complètement, est une mesure exacte de la moralité de la spéculation et de la fermeté du crédit » (1863, 53).

« Toutes choses égales d'ailleurs, les chances défavorables sont donc beaucoup moindres dans un marché très large, dont le courant d'affaire est très étendu, et elles augmentent en proportion dans un marché restreint, et surtout impressionnable » (1863, 43-4).

De la même manière, la manipulation de l'information ou des cours reste marginale (1863, 97-8), et le risque de non exécution (1863, 43-4) peut être en grande partie réduit en modifiant le cours auquel on souhaite être exercé et par conséquent son gain ou sa perte (1863, 38).

En revanche, le quatrième facteur joue un rôle central dans le modèle de Regnault : les frais de courtage — que l'on appellerait aujourd'hui des coûts de transaction — qui concernent toutes les opérations et modifient l'égalité de probabilité de gagner ou de perdre une certaine somme. En effet, sans courtage, la probabilité que le cours augmente ou diminue en moyenne de x francs, pendant une période de temps t , est égale ($1/2$). En revanche, avec le courtage, c , le cours augmente en moyenne de $x-c$ ou diminue en moyenne de $x+c$ avec une probabilité de $1/2$: l'écart moyen s'est modifié, et l'espérance de gain est devenue négative ($-c$). Pour conserver un même écart (gain ou perte d'une même somme), il faut que les probabilités de hausse et de baisse se modifient et ne soient plus égales. En conséquence,

« Les chances égales de perdre ou gagner des sommes différentes [sont] ramenées à des chances inégales de perdre ou gagner une même somme » (1863, 212).

Mais dans ce cas, la probabilité de perdre un montant donné devient plus importante que la probabilité de gagner ce montant et par conséquent le profit espéré devient négatif — étant donné qu'il était nul sans les coûts de transaction. Regnault démontre ainsi que, du fait des frais de courtage, un intervenant qui spéculé à court terme a « toujours une CERTITUDE ABSOLUE d'être ruiné » (1863, 95). Cette spéculation de court terme s'oppose à une spéculation de long terme qui seule « possède le talent de créer, édifier, transformer » et contribue au développement économique de la société (1863, 102)³³.

2.3. LE PROJET GENERAL DE BACHELIER

Rappelons l'objet de la thèse de Bachelier : étudier la « loi du hasard ». Il est en effet très précis sur l'apport de son travail de thèse :

« C'est surtout au point de vue de la science pure que la théorie de la spéculation a été utile ; elle a introduit d'une façon nécessaire, dans le calcul des probabilités, la notion de temps et de continuité absolue ; elle a fait naître la théorie des probabilités continues ; elle a permis de concevoir les lois du hasard d'une façon plus profonde et plus générale ; elle a exprimé sous une forme pure et parfaite la loi des grands nombres, libérée de ses défauts originels, de ses contingences avec les probabilités discontinues, de ses approximations, de ses asymptotismes. Si la spéculation n'existait pas, il faudrait l'imaginer » (Bachelier 1914, 177-8).

Il n'y a là aucune revendication en matière de théorie financière. Nous touchons ici au sens profond du travail de Bachelier : l'étude des probabilités en temps continu, et non celle de la Bourse en tant que telle. La *Théorie de la Spéculation* n'est qu'un cas particulièrement fécond d'étude des probabilités en temps continu que son auteur souhaite généraliser.

³³ Sur cette question, voir Jovanovic et Le Gall (2001b).

« Dépasser Laplace »

La thèse de Bachelier constituait simplement la première étape de ce que nous avons choisi d'appeler son *projet général*.

« L'idée de considérer les probabilités comme continues *a priori* fut seulement envisagée il y a quelques années lorsque je me proposai de résoudre des problèmes analogues [à ceux que l'on s'était posé jusqu'alors] mais dont les solutions exactes devaient être nécessairement continues.

La théorie édifiée alors était relativement particulière ; il fallait la généraliser de façon qu'elle comprit les résultats connus avec beaucoup d'autres, il fallait aussi établir la classification des différents problèmes, d'après leurs caractères réels et pour cela, si possible, les considérer tous comme des cas particuliers d'un seul genre de questions ; il fallait enfin traiter ces questions en admettant *a priori* la continuité » (Bachelier 1912, 153).

Ce projet général, qui guide l'ensemble des recherches de Bachelier, consiste ainsi à construire une théorie générale et unifiée du calcul des probabilités sur la base exclusive des probabilités en temps continu. L'originalité de ce projet le conduit à considérer son *Calcul des probabilités* comme « le premier ouvrage qui dépasse, comme niveau, le grand traité de Laplace » (1921, 4). Son objectif consiste à tenter d'élaborer une théorie qui permette, à partir d'un ensemble d'outils probabilistes, d'étudier tous les phénomènes réels et de les classer en fonction de leurs principales caractéristiques. Il exprime ce projet dans son *Calcul des probabilités* :

« La conception de l'unité du calcul des probabilités constitue l'une des bases de notre étude ; elle a permis de faire de la théorie des probabilités continues une science générale et méthodique ; elle a permis de classer les problèmes d'après leurs caractères réels, de sorte que leur étude forme une chaîne ininterrompue de déductions se suivant dans un ordre naturel et logique » (Bachelier 1912, VI).

Ce souci de légitimer le calcul des probabilités comme science se retrouve aussi dans *Le jeu, la chance et le hasard* :

« On peut [grâce aux probabilités continues] établir une classification naturelle et logique des différents problèmes ; cette classification [...] fait de la théorie des probabilités continues une science méthodique et rationnelle » (Bachelier 1914, 159).

Sa thèse joue un rôle fondamental dans ce projet général car elle introduit les nouveaux outils probabilistes et les nouvelles méthodes nécessaires. En d'autres termes, elle a donné naissance aux « théories nouvelles des probabilités » (1914, 155) qui s'expriment désormais en temps continu.

La place de la Théorie de la Spéculation dans le projet général

Un examen de l'ensemble des travaux menés par Bachelier permet de mieux suivre l'élaboration de ce projet.

Dans sa thèse, nous l'avons vu, Bachelier mène de front deux démonstrations : l'une en temps continu, l'autre en temps discret. En effet,

« pour obtenir la loi des grands nombres, on suppose d'abord qu'il s'agit d'un nombre quelconque d'épreuves, puis que ce nombre augmente de plus en plus, ce qui permet des simplifications par l'emploi de la célèbre formule de Stirling » (1914, 157).

Mais comme il le souligne lui-même,

« la théorie des probabilités continues procède autrement : elle ne passe pas des petits nombres aux grands nombres ; elle étudie directement le cas des grands nombres, et même elle remplace *a priori* ces grands nombres par une variable continue que l'on peut appeler *le temps* » (1914, 157-8).

Il généralise ensuite dans sa « Théorie Mathématique du Jeu » (1901) les résultats de sa thèse. Dans cet article, comme l'a souligné Carraro (1999), Bachelier passe systématiquement du temps discret au temps continu : il s'appuie sur la théorie des épreuves répétées —qui est un problème en temps discret— avant de considérer la théorie de la spéculation telle qu'il l'a analysée dans sa thèse —qui est un problème en temps continu. Plus précisément, il utilise les probabilités en temps continu quand le problème se complique, soulignant ainsi selon lui l'intérêt et la facilité d'emploi de ce type de probabilités. Cette contribution de 1901 marque une rupture dans les travaux de Bachelier : elle constitue le socle de ses futures recherches. Dans ses publications postérieures, il s'affranchit de la modélisation en temps discret pour ne privilégier que la modélisation en temps continu sur laquelle repose l'ensemble de son projet général. La *Théorie de la Spéculation* est ainsi, dès le début, partie prenante de ce vaste projet.

Classer les phénomènes aléatoires réels

Pour mener à bien ce projet, Bachelier propose une nomenclature pour tous les phénomènes aléatoires réels susceptibles d'être étudiés par le calcul des probabilités. Dès 1901, ses recherches s'efforcent de construire et de raffiner cette nomenclature du hasard comme d'en étudier les différentes classes de phénomènes. Dans son *Calcul des Probabilités* (1912), il distingue : l'uniformité, l'indépendance et la connexité³⁴ ; les probabilités dites du premier genre, du second genre, du troisième genre et de genres supérieurs³⁵ ; les probabilités géométriques, cinématiques et dynamiques. Afin de classer des phénomènes réels plus ou moins hétérogènes, il envisage une structure mathématique commune suffisamment générale, à partir de laquelle il peut élaborer sa nomenclature. Pour ce faire, il assimile et réduit tous les phénomènes réels qu'il étudie à un jeu³⁶ :

³⁴ « Les conditions du jeu peuvent être identiques dans chaque élément *du* ou, si l'on veut, à chaque partie ; on dit alors que le jeu est uniforme ou qu'il y a *uniformité* »

Les conditions peuvent être variables d'une partie à l'autre suivant une loi donnée d'avance dépendant uniquement du rang occupé par cette partie et indépendante des faits antérieurs à cette partie. On dit alors qu'il y a *indépendance*. Lorsque les conditions relatives à un élément *du*, ou si l'on veut à la $\mu^{\text{ème}}$ partie, dépendent des faits qui peuvent se produire antérieurement, on dit qu'il y a *connexité* » (Bachelier 1912, 155).

³⁵ « Lorsque toutes les variables peuvent prendre toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$ les probabilités sont dites du *premier genre*. Lorsqu'une des variables est limitée dans un sens, les probabilités sont dites du *second genre*. Lorsqu'une des variables est limitée dans les deux sens, les probabilités sont du *troisième genre*. Les probabilités sont des *genres supérieurs* quand deux ou plusieurs variables sont limitées » (Bachelier 1912, 155-6).

³⁶ John Maynard Keynes souligne clairement ce point, en émettant toutefois certaines réserves : dans le *Calcul des Probabilités* de 1912, précise-t-il, « il n'est pas facile de se prononcer sur ce qu'il [Bachelier] accomplit. L'auteur est, de manière évidente, capable et persévérant, et d'une grande ingéniosité mathématique ; et une bonne partie de ses résultats sont incontestablement nouveaux. Au total, cependant, je tendrais à douter de leur valeur et, dans certains cas, de leur validité. Ses hypothèses artificielles rendent certainement ces résultats extraordinairement déconnectés de nombre de problèmes importants ; et elles sont susceptibles de peu d'applications (...). Une grande partie de ce volume est consacrée au jeu, autant que le permet la forme extérieure des problèmes. Mais, bien sûr, de nombreux problèmes de nature très différente, comme M. Bachelier le montre, peuvent, si nous le souhaitons, être traités selon la formule d'un jeu. Il commence par donner des solutions (...) aux principaux problèmes classiques du jeu. La valeur de cette partie se voit quelque peu amoindrie par l'absence de références à d'autres auteurs, même s'il les leur emprunte. Si l'on excepte la seule fois où il cite le nom de Bernoulli après avoir utilisé son théorème, il n'y a, je pense, absolument aucune référence dans tout l'ouvrage à d'autres auteurs. Il passe alors à la partie la plus originale de son

« Afin d'obtenir l'unité indispensable pour la classification des différents problèmes, nous ramènerons ceux-ci à un seul type, en supposant toujours qu'ils se rapportent à un jeu.

Lorsqu'un problème n'est pas explicitement relatif à un jeu, on peut le considérer comme un cas particulier d'un problème relatif à un jeu [...].

La théorie des probabilités continues, pour être générale, devra donc être une théorie générale du jeu » (Bachelier 1912, 154).

Cette nomenclature permet ainsi de classer tous les phénomènes réels concernés par la loi des grands nombres :

« Tous les problèmes comportant de grands nombres doivent être ramenés à une forme unique qui permet à la fois d'apercevoir les propriétés particulières qui les différencient et les caractères généraux qui les unissent » (Bachelier 1913, 78).

Par exemple, l'analyse des jeux, de la spéculation, des erreurs d'observation, qu'il considère comme « les bases fondamentales du calcul des probabilités » (Bachelier 1914, 13), est menée à partir d'un même schéma mathématique —seuls certains termes relatifs au sujet étudié sont modifiés à la marge³⁷.

L'étude de ce projet général comme du contexte historique dans lequel Bachelier entreprend ses recherches³⁸ révèle qu'à défaut de créer la théorie financière « moderne », ses travaux ouvrent une voie mathématique particulièrement riche³⁹. En effet, au début du 20^e siècle, le calcul des probabilités ne constitue pas encore un corpus théorique établi ; plus encore, il est quasiment absent, en France, de l'enseignement comme des recherches scientifiques. On comprend d'autant mieux l'enthousiasme de Bachelier pour ses travaux qui permettent de faire de ce calcul une « science générale, méthodique et rationnelle ».

3. UNE INSCRIPTION DANS L'HISTOIRE DE L'ECONOMETRIE : L'AUTRE EPURE DE BACHELIER

La dimension empirique de la thèse de Bachelier n'a, jusqu'ici, que peu retenu l'attention, et s'est vue considérablement éclipsée par l'importance rétrospectivement donnée au modèle mathématique qu'elle contient. Pourtant, cette dimension y occupe une place particulière, au point que *La Théorie de la Spéculation* s'achève par le constat suivant :

« Une dernière remarque ne sera peut-être pas inutile. Si, à l'égard de plusieurs questions traitées dans cette étude, j'ai comparé les résultats de l'observation à ceux de la théorie, ce n'était pas pour vérifier des formules établies par les méthodes mathématiques, mais pour montrer seulement que le marché, à son insu, obéit à une loi qui le domine : la loi de la probabilité » (1900, 86).

travail. Sa principale caractéristique est qu'il considère le gain ou la perte totale des joueurs à n'importe quel moment de la partie comme une variable continue, qui varie par incréments infinitésimaux, et il est ainsi en mesure d'utiliser sans contrainte les méthodes du calcul différentiel. En conséquence, ses résultats sont seulement applicables lorsque le nombre de coups joués est très important, et alors seulement de manière approximative » (Keynes 1912, 570-1).

³⁷ Cette classification mathématique devant s'étendre à tous les phénomènes réels, Bachelier revendique « les applications du calcul des probabilités aux statistiques biométriques » (1914, 13) comme « la comparaison de la vie à un jeu de hasard » (1914, 47).

³⁸ Voir, dans cet ouvrage, le article de Taqqu.

³⁹ Il faudra attendre près de soixante ans d'évolution de la théorie des probabilités pour que les travaux de Bachelier puissent offrir des formules de calculs suffisamment simples pour permettre leur application dans d'autres disciplines.

Ce travail empirique suscite alors une double interrogation. D'une part, Bachelier peut-il s'inscrire dans l'histoire de l'économétrie ? La question peut surprendre : Bachelier n'est pas guidé par l'analyse d'un problème économique en tant que tel mais par la construction d'une théorie générale des probabilités. Pourtant, le fait qu'il se saisit d'un support économique, en combinant un travail théorique et un travail empirique, nous ramène incontestablement aux origines de l'économétrie. Celle-ci se déploie durant la seconde moitié du 19^e siècle, même si son essor institutionnel reste relatif au 20^e siècle. D'autre part, dans quelle mesure cette dimension du travail de Bachelier se démarque-t-elle de la méthodologie de Regnault ? Cette seconde question se pose avec d'autant plus d'acuité que, comme nous l'avons suggéré ailleurs (Jovanovic et Le Gall 2001b), le *Calcul des Chances* ouvre largement l'histoire de l'économétrie en France. Dès lors, une inscription de nos deux auteurs dans l'histoire de l'économétrie permet non seulement de rendre compte de certains fondements méthodologiques de leur travail théorique, mais encore de mettre en évidence des différences qui illustrent une évolution que connaît l'économétrie entre le milieu du 19^e siècle et 1900.

3.1. RETOUR SUR L'EMERGENCE DE L'ECONOMETRIE

Avant de répondre à ces deux interrogations, quelques précisions s'imposent quant à cette inscription des travaux de Regnault et Bachelier dans l'histoire de l'économétrie.

L'usage même du terme d'*économétrie*, ne le cachons pas, reste bien sûr rétrospectif : il n'apparaît en effet qu'à la fin des années 1920 sous la plume de Ragnar Frisch, l'un des principaux artisans de l'Econometric Society et d'*Econometrica*, tous deux créés au début des années 1930. Comme les historiens de l'économétrie l'ont souligné⁴⁰, les années 1930 voient alors la mise en place d'une dynamique de recherche et d'une institutionnalisation inédites, puis la constitution des bases de l'économétrie « moderne » : la méthode Cowles, qui se déploie à partir de la reconnaissance par Haavelmo (1944) des bases probabilistes de l'économétrie et de la fameuse *Monograph 10* éditée par Tjalling Koopmans (1950).

Pourtant, l'invention du terme ne marque pas pour autant la naissance du « signifié », c'est-à-dire des pratiques qu'il recouvre. Comme l'ont suggéré des travaux récents, aborder la naissance de l'économétrie à partir des seules années 1920 ou 1930 reviendrait à oublier que les pratiques économétriques sont antérieures et à évincer nombre de travaux qui constituent des formes évidentes d'économétrie. Hendry et Morgan soulignent que « la période d'émergence de l'économétrie s'amorce à la fin du 19^e siècle » (1995, 4). Dans le monde anglo-saxon, l'essor de l'économétrie est ainsi symbolisé par les utilisations inédites de la corrélation par Hooker (1901) ou Bowley (1901), Norton (1902). Mais cet essor y est surtout symbolisé par le programme de recherche de Henry L. Moore —la construction du « complément statistique de l'économie pure »⁴¹. Il fera dans les trois premières décennies du 20^e siècle de

⁴⁰ Voir en particulier Morgan (1990, 1997), Hendry et Morgan (1995), Le Gall (1994, 2001, 2002), Armatte (2000), Desrosières (1993).

⁴¹ Cette expression de Moore (1908) peut rétrospectivement prêter à confusion. A ses yeux, il s'agit en effet moins de construire des modèles économétriques sur la base d'éléments donnés par la « théorie pure » que de se saisir de la

Columbia University le premier pôle accueillant l'économétrie aux Etats-Unis⁴², et qui contribuera largement à la constitution de l'économétrie de la demande, un programme de recherche ensuite repris par l'un de ses « disciples », Henry Schultz. Toutefois, les historiens de l'économétrie sont parvenus à identifier des racines plus lointaines de l'économétrie, se déployant en particulier sur le sol français. Hébert (1986), puis Ekelund et Hébert (1999) montrent ainsi de quelle manière certains ingénieurs économistes —tels que Emile Cheysson dans les années 1880— se livrent à de telles pratiques. Le rôle de cette émergence précoce de l'économétrie en France se voit renforcé par la constitution d'une dynamique de recherche particulièrement féconde au sein de la Statistique Générale de la France durant les premières années du 20^e siècle, autour de l'ingénieur Lucien March. Malgré le fait qu'il sera progressivement conduit à développer une prédilection pour d'autres types de connaissance économique, il jouera un rôle particulier dans le développement des instruments économétriques⁴³. Ses « disciples », Henri Bunle et surtout Marcel Lenoir, offrent alors au début des années 1910 des contributions magistrales à l'économétrie⁴⁴.

Mais de quelle économétrie s'agit-il ? Une précision importante s'impose ici. En proclamant l'existence de pratiques économétriques dès la seconde moitié du 19^e siècle, nous ne signifions évidemment pas qu'elles sont analogues à l'économétrie telle qu'elle se développe à partir des années 1930. Suivant Morgan (1990) et Le Gall (1994), il apparaît en effet que tendanciellement l'histoire de l'économétrie se caractérise par la succession de deux styles clairement distincts. D'une part, une économétrie de nature déterministe se développe jusqu'aux années 1930. L'objectif des premiers économètres était non seulement de recourir à des procédures et instruments statistiques pour se livrer à des chiffrages de relations données par la théorie économique, mais encore —et surtout— de mettre au jour et de découvrir des lois économiques, par l'intermédiaire d'allers et retours entre le modèle théorique et les données empiriques⁴⁵. Ce style d'économétrie se voit progressivement remplacé, à partir des années 1930 et 1940, par une économétrie probabiliste, qui se déploie autour de modèles —inspirés par la théorie économique— ayant le statut de jeux d'hypothèses probabilistes susceptibles d'être testés statistiquement (Armatte 2000).

Au total, l'économétrie émerge donc dans le cadre de recherches combinant des propositions théoriques, la recherche de lois, et le recours à des procédures et instruments statistiques. Cette économétrie nous est aujourd'hui peu familière : la séparation entre modèle théorique et données est moins nette que dans les développements économétriques postérieurs, les données ne servant pas seulement à tester un modèle construit *ex ante*. Ce qui revient à dire que cette notion de « test » revêt à l'origine des formes différentes de celles qui sont à l'œuvre depuis les années 1940, comme nous le verrons.

statistique pour construire de nouvelles théories économiques. L'économétrie est alors conçue comme une voie de théorisation à part entière.

⁴² Voir Camic et Xie (1994), Le Gall (1999), Morgan (1990).

⁴³ Voir Desrosières (1993), Klein (1997), Jovanovic et Le Gall (2001a).

⁴⁴ Sur l'économétrie de Lenoir, voir Desrosières (1993), Morgan (1990), Chaigneau et Le Gall (1998).

⁴⁵ Tel est, une nouvelle fois, le cas de Moore, qui parvient de cette manière à mettre en évidence une loi des cycles économiques (Le Gall 1999, 2002).

3.2. LA CONFRONTATION DE L'OBSERVATION ET DE LA THEORIE CHEZ BACHELIER

Dans sa thèse, Bachelier se livre de manière assez récurrente à des formes de confrontation de son modèle —ou, en tout cas, de certaines relations qu'il obtient— à des observations empiriques. Cette confrontation opère à deux niveaux. D'une part, les observations lui permettent de se livrer à ce qu'il appelle des « applications » (1900, 75) et qui ont un statut de chiffrage de certains paramètres. D'autre part, les observations sont également mobilisées dans une perspective de « test » de relations théoriques, dans le sens où Bachelier opère une comparaison entre la théorie et les données. En cela, la *Théorie de la Spéculation* participe de l'émergence des pratiques économétriques.

Le chiffrage du modèle

Illustrons tout d'abord les procédures de chiffrage auxquelles se livre Bachelier. Ainsi, après avoir déduit de son modèle théorique une relation expliquant la formation de « la valeur de la prime simple »⁴⁶ —selon laquelle $a = k\sqrt{t}$, c'est-à-dire que « la valeur de la prime simple doit être proportionnelle à la racine carrée du temps » (1900, 52)⁴⁷—, après avoir également introduit un coefficient b , relatif au « cours vrai » et qui indique « la quantité dont doit logiquement monter la rente dans l'intervalle d'une journée » (1900, 25)⁴⁸, Bachelier montre que « la théorie des opérations de bourse dépend de deux coefficients : b et k » (1900, 58). Il attribue à ces deux coefficients leurs valeurs moyennes pour les cinq dernières années (1894 à 1898), c'est-à-dire $b=0,264$, $k=5$. On a ici une illustration de la pratique de chiffrage évoquée ci-dessus, qui lui permet de déterminer des « valeurs calculées » —« déduites des formules de la théorie avec les valeurs ci-dessus données aux constantes b et k » (1900, 58). Par exemple, il obtient :

Pour 45 jours	a=33,54
30	a=27,38
20	a=22,36
10	a=16,13

(Bachelier 1900, 58)

D'un strict point de vue économique, ces techniques sont extrêmement novatrices. L'affirmer reste cependant relativement tautologique, dans la mesure où la pensée économique de l'époque s'ouvre peu aux modèles mathématiques, et *a fortiori* à leur chiffrage : il faudra attendre la tentative de chiffrage d'un modèle d'équilibre général par Henry Moore en 1929, puis le « calibrage » du début des années 1930, entrepris par Ragnar Frisch ou Michael Kalečki, pour que de telles pratiques commencent à être envisagées (Le Gall 1993).

La confrontation de la théorie aux observations

⁴⁶ La « prime simple » est le cas où l'option est à parité (ou à la monnaie), c'est-à-dire que le cours de l'actif sous-jacent est égal au prix d'exercice de l'option.

⁴⁷ Le coefficient de volatilité k étant « le coefficient d'instabilité ou de nervosité de la valeur, c'est lui qui mesure son état statique. Sa tension indique un état d'inquiétude ; sa faiblesse, au contraire, est l'indice d'un état de calme » (1900, 53).

⁴⁸ Remarquons qu'ici encore, la définition du cours vrai correspond à une formulation mathématique d'une notion économique introduite par Regnault.

Le travail de Bachelier se caractérise également par une confrontation de ces « valeurs calculées » à des « valeurs observées »⁴⁹, c'est-à-dire qu'il envisage le degré de validité empirique de ses relations théoriques. Par exemple, il est amené à comparer l'écart vrai théorique à l'écart vrai observé :

<i>Primes dont 50⁵⁰</i>		
	Ecart coté	
	calculé	observé
A 45 jours	50,01	52,62
30	20,69	21,22
20	13,23	14,71

<i>Primes dont 25</i>		
	Ecart coté	
	calculé	observé
A 45 jours	72,70	72,80
30	37,78	37,84
20	25,17	27,39
10	12,24	17,40

<i>Primes dont 10</i>		
	Ecart coté	
	calculé	observé
A 30 jours	66,19	60,93
20	48,62	46,43
10	26,91	32,89

Bachelier (1900, 62).

Il constate alors que « les chiffres observés et calculés concordent dans leur ensemble » (1900, 63)⁵¹. On doit pourtant remarquer que la conclusion ne repose sur aucune procédure formelle et objective de test en tant que telle, mais sur une évaluation visuelle —sur une simple comparaison informelle. Cette démarche ne doit guère étonner : elle n'est que le reflet d'une pratique plus générale de l'époque. De tels instruments de test restent en effet absents du champ scientifique, comme l'ont montré les historiens de la statistique.

Cette confrontation menée par Bachelier entre un modèle mathématique et l'observation reste cependant relativement originale, en tout cas d'un point de vue strictement économique, compte tenu de la rareté —à l'époque— des modèles mathématiques traitant de phénomènes économiques, et plus encore de leur confrontation aux observations. Toutefois, là encore, la démarche de Bachelier semble s'inscrire dans une voie partiellement tracée par Regnault.

⁴⁹ Bachelier indique (1900, 58, note 1) que les données auxquelles il se réfère sont extraites de la *Cote de la Bourse et de la Banque*.

⁵⁰ Il s'agit d'une option dont la prime est de 50 centimes.

⁵¹ Bachelier remarque toutefois que « certaines divergences » apparaissent, « qu'il est indispensable d'expliquer » (1900, 63) : « Ainsi l'écart observé de la prime dont 10 à 30 jours est trop faible ; il est facile d'en comprendre la raison [...]. [I]l n'est pas niable que le marché ait eu, pendant plusieurs années, une tendance à coter à de trop forts écarts les primes à courtes échéances ; il se rend d'autant moins compte de la juste proportion des écarts que ceux-ci sont plus petits et que l'échéance est plus proche » (1900, 63). Mais, précise-t-il, « il faut ajouter [que le marché] semble s'être aperçu de son erreur, car en 1898 il a paru exagérer dans le sens inverse » (1900, 63).

3.3. DE L'ÉCONOMETRIE DE REGNAULT A L'ÉPURE DE BACHELIER

Dans son *Calcul des Chances et Philosophie de la Bourse*, Regnault fonde ses raisonnements sur de nombreuses interactions entre la théorie et l'observation et, comme il a été suggéré dans Jovanovic et Le Gall (2001b), il s'inscrit de plain pied dans l'histoire de l'économétrie, et ouvre même largement cette histoire en France : ses modèles sont en effet empiriquement estimés et conduisent leur auteur à diverses applications empiriques⁵². Pourtant, certains aspects de sa méthodologie ne se retrouveront pas chez Bachelier, ceci illustrant plus généralement la manière dont l'économétrie commence, autour de 1900, à s'affranchir de certaines pratiques du 19^e siècle.

Le modèle du Spéculateur : quelques exemples d'instruments économétriques

La perspective économétrique de Regnault peut d'abord être mise en évidence par une analyse du modèle de la spéculation, c'est-à-dire du modèle de long terme. Trois exemples peuvent être ici présentés.

Premièrement, sa volonté —héritée de Pierre-Simon Laplace— d'identifier des causes « constantes » et des causes « accidentelles » (1863, 11) le conduit à un travail novateur de décomposition des séries temporelles. Car, précise-t-il, « pour celui qui ne borne pas son attention aux agitations infimes, aux préoccupations mesquines de chaque jour, mais s'élève plus haut et cherche le résultat final de toutes choses, les causes accidentelles n'existent pas. Il sait qu'elles doivent se détruire les unes par les autres au bout d'un certain temps » (1863, 146)⁵³. Regnault recourt alors à des procédures de moyenne qui visent précisément à révéler ces causes constantes :

« cependant, dès que l'on étend un peu le champ de ses observations, il est aisé de s'apercevoir que toutes ces anomalies fortuites finissent par se compenser et se détruire les unes par les autres, s'annihiler et s'effacer presque entièrement pour ne laisser ressortir que les seules causes faibles, mais d'un caractère constant. C'est l'emploi des *moyennes* qui nous donne la démonstration de ce fait » (1863, 150).

Même si une telle approche reste rétrospectivement artisanale, elle constitue la racine des techniques formelles élaborées au début du 20^e siècle par Lucien March (Jovanovic et Le Gall 2001a), Reginald Hooker ou John Norton (Klein 1997, Morgan 1990 et 1997).

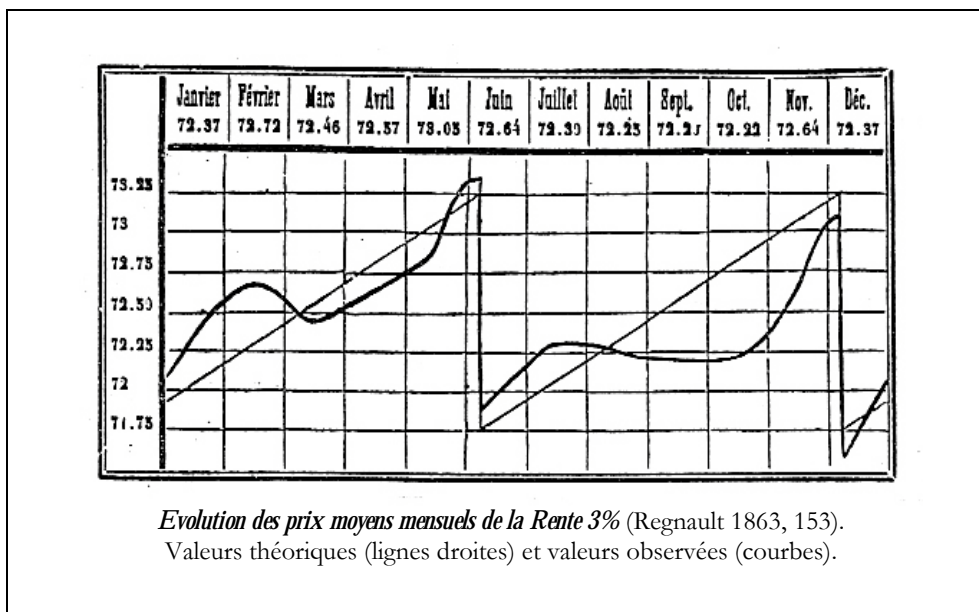
Deuxièmement, Regnault dévoile statistiquement des effets saisonniers, indépendamment du travail entrepris à la même époque par Stanley Jevons⁵⁴. Il découvre en particulier que les moyennes mensuelles les plus faibles sont relatives aux mois de juin et septembre, tandis que les plus élevées surviennent en mai et novembre. Il associe alors ce résultat au « détachement du coupon » (1863, 152) et formule l'hypothèse théorique suivante : « Dans l'intervalle compris entre le détachement de deux coupons, les cours devraient,

⁵² Regnault se livre également à des pratiques de chiffrage, non développées ici.

⁵³ Le modèle de long terme est ainsi basé sur la mise en évidence d'une cause constante : « le taux d'*intérêt* est l'élément le plus important de la constitution d'une valeur » (1863, 120).

⁵⁴ En 1862, dans une contribution présentée à la British Association for the Advancement of Science, Jevons développe une approche similaire. Cette contribution est reproduite et analysée dans Hendry et Morgan (1995).

sous l'influence de l'intérêt, s'élever régulièrement, en figurant une ligne parfaitement droite, ainsi qu'on la voit sur la figure » (1863, 153)⁵⁵.



Enfin, comme d'autres précurseurs de l'économétrie, Regnault se sert précisément d'instruments graphiques⁵⁶ pour confronter les résultats théoriques à l'observation, ces instruments étant parfois destinés à contrôler le calcul (Jovanovic et Le Gall 2001a). Ces instruments lui permettent alors de « tester » l'hypothèse précédemment énoncée, et il déduit du graphique présenté ci-dessus que « le prix de la Rente, au milieu des variations les plus capricieuses, reste donc, en dernier lieu, uniquement influencé par les causes *constantes*, donc la principale, nettement définie, est le montant de l'*intérêt* » (1863, 154).

Les « tests » du modèle du Joueur

Le modèle de court terme s'ouvre, lui aussi, à l'économétrie. Plus précisément, Regnault met en place une double validation de ses résultats : d'une part, ce que nous pouvons convenir d'appeler un « test intra-économique » —consistant en une comparaison du modèle théorique aux observations—, et d'autre part un « test extra-économique »⁵⁷, à première vue plus déroutant —basé sur un parallèle entre ses résultats et les lois existant dans les sciences de la nature.

⁵⁵ Indépendamment de la perspective économétrique qui nous intéresse ici, on peut remarquer que Regnault précise que « Sur la Rente, par exemple, l'intérêt étant fixe, il est facile d'apprécier l'effet de cette cause, essentiellement constante. Cet intérêt est de 3 fr. par an ; si l'intérêt est payable par semestre, la rente doit donc valoir, au moment du paiement de son coupon, 1 fr. 50 de plus, et si l'intérêt est payable par trimestre, doit valoir 0,75 cent. de plus que le lendemain de ce paiement ; cette plus-value doit se faire de manière continue et régulière ; elle doit être de 0,25 c. d'un mois sur l'autre, et de 0,008 1/3, un peu plus de *huit dixièmes de centime* par jour » (1863, 145-6). Notons que ce raisonnement recouvre ce que Bachelier appelle les cours équivalents (1900, 23-5). Remarquons enfin que le graphique de Regnault peut être rapproché de celui présenté par Bachelier (1900, 24).

⁵⁶ Voir Morgan (1997) et Klein (1997) sur la place des instruments graphiques dans la méthodologie économétrique de la fin du 19^e siècle et du début du 20^e siècle. Cette place se retrouve largement dans les travaux des pionniers français de l'économétrie, comme March (Jovanovic et Le Gall 2001) ou Lenoir (Chaigneau et Le Gall 1998).

⁵⁷ Cette terminologie est empruntée à Jovanovic (2000a, 402)

Regnault procède tout d'abord à une confrontation de ses résultats aux observations. Ainsi, sa loi des écarts —selon laquelle « *la grandeur des écarts est en raison directe de la racine carrée des temps* » (1863, 174)— le conduit à énoncer qu'en théorie, l'écart moyen pour un an est de 9,45F ($2.73\sqrt{12} = 9.45$)⁵⁸, tandis que l'observation (sur la période 1825-1862) lui fournit une valeur de 9,50F. Sa conclusion, naturellement fondée elle aussi sur une procédure informelle, est sans ambiguïté : « Est-il un exemple plus frappant d'un accord entre la théorie et l'expérience ! » (1863, 175). D'autres exemples auraient pu être ici présentés, Regnault « testant » dans cet esprit nombre de ses propositions théoriques. Dans ce domaine, Bachelier reste extrêmement proche de cette méthodologie.

Pourtant, Regnault choisit de recourir systématiquement à un autre « test ». En effet, il s'assure du fait que les lois théoriques qu'il identifie dans le domaine des fluctuations des cours boursiers sont également à l'œuvre dans d'autres domaines : ces lois sont supposées régir une variété importante de faits d'une autre nature. Par exemple,

« La valeur, dans ses variations, est toujours à la recherche de son véritable prix, ou d'un prix absolu, que l'on peut se figurer comme le *centre* d'un cercle dont le *rayon* représentera l'écart qui peut se porter indifféremment dans l'un ou l'autre sens et sur tous les points de la surface, dans un temps égal par conséquent à cette surface et, dont tous les points de la *circonférence* représenteront les limites d'écart. Dans toutes ses variations, la valeur ne fait jamais que s'éloigner ou se rapprocher du centre, et les premières notions de la géométrie nous indiquent que les rayons ou les écarts sont proportionnels aux racines carrées des superficies ou des temps » (1863, 51).

Il s'agit donc pour Regnault d'effectuer un parallèle —dans le sens d'une analogie— entre un résultat obtenu dans son champ de recherche et une loi à l'œuvre dans d'autres champs scientifiques. La loi des écarts de Regnault possède ainsi une validité dans d'autres domaines, comme son utilisation antérieure par Adolphe Quételet le suggère (Jovanovic 2000b)⁵⁹.

Une mise en perspective de l'économétrie de Bachelier

Si Regnault et Bachelier méritent donc incontestablement une inscription dans l'histoire de l'économétrie, il est permis de s'interroger sur ce qui les sépare ici. Car une comparaison de leurs pratiques illustre la manière dont chez Bachelier, les procédures économétriques commencent à s'affranchir de certaines caractéristiques du 19^e siècle encore à l'œuvre chez Regnault —et en cela, Bachelier épure une nouvelle fois le cadre de réflexion de l'auteur du *Calcul des Chances*.

Le principal élément qui sépare ici les deux auteurs concerne ce « test extra-économique » auquel recourt Regnault, et qui ne nous semble *a priori* guère familier. Pourtant, une analyse contextuelle nous indique que ce test ne saurait surprendre. En effet, l'approche de Regnault se caractérise par le recours —courant durant le 19^e siècle— à des « analogies mécaniques » et à des formes de réductionnisme, dans le sens donné à ces expressions par Giorgio Israel :

⁵⁸ Nous avons ici une confirmation du fait que Regnault formule mathématiquement son modèle, même si la présentation générale qu'il en fait reste littéraire. D'ailleurs, Regnault caractérise explicitement son résultat théorique comme « une loi mathématique » (1863, 50). Cependant, si la formulation de ce modèle est mathématique, il ne s'appuie sur aucune démonstration mathématique en tant que telle. L'exposition littéraire du *Calcul des Chances* peut s'expliquer par l'hostilité que rencontre en France la mathématisation de l'économie, ainsi que l'illustre l'accueil glacial réservé aux *Recherches* d'Antoine Augustin Cournot (Ménard 1978).

« Même s'il n'est pas possible de renfermer l'Univers dans une seule formule, il faut au moins que les différentes parties de la science, les théories qui s'appliquent à différents domaines de phénomènes, soient reliées et cohérentes entre elles. Elles doivent former une construction unitaire [...] » (Israel 1996, 19).

Regnault esquisse en effet l'existence d'un réel intrinsèquement ordonné, mécanique et déterministe : la nature est vue comme un mécanisme d'horlogerie, la société comme « une immense machine où tous les ressorts sont liés les uns aux autres » (1863, 202). Comme d'autres scientifiques des 18^e et 19^e siècles⁶⁰, il inscrit alors ses travaux dans le cadre d'une croyance en un univers unifié —car, précise-t-il, « le monde moral ne se gouverne pas par d'autres lois que le monde physique » (1863, 5). Le monde —physique et moral— est ainsi gouverné par quelques lois régissant une variété importante de phénomènes et constituant la structure unitaire du monde.

Cette représentation unifiée du monde contribue alors à éclairer certains choix méthodologiques effectués par Regnault. Car le déterminisme qui accompagne l'essor de l'économétrie exerce ici une influence forte sur les stratégies de modélisation, en permettant une double liaison entre l'économie et d'autres disciplines : d'une part, les phénomènes économiques —et plus généralement sociaux— sont supposés être *de même nature* que les phénomènes physiques, et d'autre part, différentes disciplines doivent —en conséquence— partager les mêmes instruments. C'est ici que ces tests « extra-économiques » acquièrent leur signification. En effet,

« cette représentation unifiée du monde lui donne la possibilité de transposer aux sciences sociales des formalismes issus des sciences naturelles et, plus encore, de leur adosser ses résultats (...). Sa conception unifiée du monde lui permet de recourir à des analogies avec les sciences naturelles et d'opérer des transferts de méthodes, de concepts et d'instruments pour explorer un phénomène social particulier —les mouvements boursiers— et de bâtir un nouveau champ disciplinaire —la théorie des fluctuations des cours boursiers » (Jovanovic 2000a, 401).

La loi des écarts de Regnault se justifie ainsi par le fait qu'elle est à l'œuvre dans d'autres champs de la connaissance. Au final, son cadre de travail se caractérise par une modélisation typique du paradigme « unitaire » esquissé par Israel (1996), dans lequel voient le jour les premières modélisations économétriques⁶¹.

Si plusieurs de ces idées présentes chez Regnault restent actives chez Bachelier, en particulier diverses facettes du déterminisme, la méthodologie de ce dernier évolue incontestablement. En particulier, il s'affranchit de ce travail consistant à dévoiler les mécanismes constitutifs d'un supposé « univers-machine ». Pour cette raison, son travail empirique se limite aux confrontations précédemment relevées entre la théorie et les observations. Incontestablement, cette épure —dans le sens d'une simplification—

⁵⁹ Cette loi est entre autre utilisée par Quételet pour relier le poids et la taille des hommes.

⁶⁰ Des illustrations de cette approche sont données par Israel (1996) et Ménard (1981).

⁶¹ Le paradigme unitaire, identifié par Israel dans son histoire de la modélisation, repose sur l'idée selon laquelle « la science doit offrir une image unitaire et objective de l'Univers » (1996, 19). L'Univers est pensé comme une machine ordonnée et déterministe. Une grande variété de phénomènes *a priori* hétérogènes sont donc perçus comme étant soumis aux mêmes principes de fonctionnement. A l'intérieur de ce paradigme peut se déployer une approche réductionniste : *l'analogie mécanique* vise à réduire tout phénomène —y compris moral— à une logique mécaniste. Rappelons par ailleurs que l'usage de la statistique est loin d'être incompatible avec le déterminisme : elle permet d'approcher des relations déterministes (Hacking 1990, Porter 1986). Les premières modélisations économétriques se déploient largement dans le cadre de ce paradigme (Le Gall 2002).

entreprise par Bachelier marque ce glissement vers un style plus typique du 20^e siècle. En effet, si l'on s'attarde sur le statut des lois identifiées par nos deux auteurs, on remarque que si les travaux de Regnault visent à rechercher des lois strictement déterministes, l'approche de Bachelier illustre la manière dont les nouvelles lois probabilistes commencent à « domestiquer » le hasard à partir de la fin du 19^e siècle (Hacking 1990). Cette période est en effet caractérisée par l'apparition de lois statistico-probabilistes autonomes, qui s'affranchissent d'un déterminisme strict tout en permettant une nouvelle représentation des phénomènes et de la nature⁶².

Nous sommes alors ramenés à ce qui constitue l'objectif premier de Bachelier : l'édification d'une théorie générale et unifiée des probabilités. Et si son raisonnement parvient à s'émanciper du mécanisme strict du 19^e siècle et de certaines de ses contraintes, la recherche d'un langage unitaire pour la science reste présente. Finalement, en érigeant cette théorie générale, régissant une multitude d'objets réels, et en amorçant également une approche plus autonome, Bachelier est l'un des symboles d'une transition entre le 19^e siècle et le 20^e siècle, sans qu'il ne puisse se réduire à l'un ou à l'autre.

CONCLUSION

Au final, nous sommes ici confrontés à deux auteurs centraux, à bien des égards indissociables, qui s'éclairent l'un et l'autre par ce qu'ils ont en commun et par ce qui les différencie —au point que Bachelier et Regnault se présentent historiquement comme « l'autre et son double », pour reprendre une expression de Ménard (1992). De nombreuses racines théoriques et méthodologiques de la *Théorie de la Spéculation* sont ainsi héritées du *Calcul des Chances et Philosophie de la Bourse* —à commencer par le modèle de marche aléatoire—, l'originalité de Bachelier apparaissant principalement dans les formalismes qu'il introduit. Son originalité reste indissociable du projet général qu'il édifie : une théorie générale et unifiée des probabilités en temps continu. Une analyse conjointe de Regnault et de Bachelier permet donc non seulement de mieux comprendre certaines origines de la *Théorie de la Spéculation*, mais aussi de saisir l'originalité de cette thèse —d'en éclairer les apports et, en creux, les abandons. L'ensemble permet alors de comprendre la manière dont la théorie financière, bien sûr, mais également l'économétrie, se construisent et évoluent en France durant la seconde moitié du 19^e siècle.

Bachelier nous est aujourd'hui familier. Mais ce constat, banal, ne saurait masquer le fait que la connaissance de sa thèse par les économistes d'outre-Atlantique, à partir des années 1950-1960, tient à des raisons d'orientation théorique et méthodologique de la discipline. Il avait alors été possible de lui offrir un rôle de précurseur car, comme le remarque Israel, « la science n'accepte l'histoire qu'en tant que récit mythique et apologétique de son parcours glorieux vers le présent » (2000, 142). Pourtant, Bachelier ne saurait exactement être considéré ni comme ce financier égaré en 1900, ni comme ce précurseur théorique, dont les apports et l'originalité s'apparenteraient à une rupture radicale. D'un point de vue analytique, son travail de modélisation des fluctuations des cours boursiers s'inscrit dans la continuité de celui de Regnault, tout comme les graphiques auxquels il recourt sont empruntés à Lefèvre. Nous sommes

⁶² Ainsi, l'analyse de la contingence de Karl Pearson permet l'abandon d'un causalisme strict (voir Desrosières 1993).

finalement et simplement ici ramenés au fait que l'idée de « précurseur » pose problème, de manière récurrente, en histoire des sciences. Cette notion revient, en effet, à nier que tout auteur s'inscrit nécessairement dans son époque. Il n'est donc guère étonnant de devoir constater que Bachelier —comme Regnault— n'échappe pas à cette règle.

REFERENCES

- Armatte, Michel. 1991. Théorie des Erreurs, Moyenne et Loi « Normale ». In *Moyenne, Milieu, Centre. Histoires et Usages*, Jacqueline Feldman, Gérard Lagneau et Benjamin Matalon (dir.), Paris : EHESS.
- 2000. *Naissance, Vie et Mort de l'Econométrie de la Cowles Commission*. Mimeo.
- Bachelier, Louis. 1900. Théorie de la Spéculation. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 17, 21-86 (réédition Jacques Gabay 1995).
- 1901. Théorie Mathématique du Jeu. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 3^{ème} série, tome 18, janvier, 77-119 (réédition Jacques Gabay 1995).
- 1912. *Calcul des Probabilités*. Paris : Gauthier-Villars (réédition Jacques Gabay 1992).
- 1913. Les Probabilités Cinématiques et Dynamiques. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 3^{ème} série, 30, février, 77-119.
- 1914. *Le Jeu, la Chance et le Hasard*. Paris : Flammarion (réédition Jacques Gabay 1993).
- 1921. Notice sur les Travaux de M. Louis Bachelier. *La Solidarité*, Besançon, mai.
- Barriol, Alfred. 1908. Théorie et Pratique des Opérations Financières. In *Encyclopédie scientifique*, Dr Toulouse (dir.), Bibliothèque de mathématiques appliquées. Paris : Octave Doin.
- Bernstein, Peter L. 1995. *Des Idées Capitales*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Black, Fischer et Scholes, Myron S. 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
- Boll, Marcel. 1936. *La Chance et les Jeux de Hasard*. Paris : Larousse.
- Bowley, Arthur L. 1901. *Elements of Statistics*. Londres : King and Son.
- Bru, Bernard 1992. Bachelier. Séminaire de Probabilités, Université de Paris VI, 20 octobre.
- Camic, Charles et Xie, Yie. 1994. The statistical turn in American social science : Columbia University, 1890 to 1915. *American Sociological Review*, 59, 773-805.
- Carraro, Laurent. 1999. Etude de la Structure Mathématique de la Thèse de Louis Bachelier. Journée d'Etude, Besançon, mars.
- Chaigneau, Nicolas et Le Gall, Philippe. 1998. The French Connection. The Pioneering Econometrics of Marcel Lenoir (1913). In *European Economists of the Early 20th Century: Studies of Neglected Continental Thinkers*, Vol.1, W.J. Samuels (dir.). Aldershot : Edward Elgar.
- Charlon, Hippolyte. 1878 *Théorie Mathématique des Opérations Financières*. Paris : Gauthier-Villars.
- Cootner, Paul .H. (dir.). 1964. *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge : MIT Press.
- Desrosières, Alain. 1993. *La Politique des Grands Nombres. Histoire de la Raison Statistique*. Paris : La Découverte.

- Dormoy, Emile. 1872-1873. Théorie Mathématique des Jeux de Hasard. *Journal des Actuaire Français*, 1(2), 120-146 et 232-257, et 2(5), 38-57.
- 1875. *Théorie Mathématique du Jeu de Baccarat*. Paris : Armand Anger.
- Ekelund, Robert B. et Hébert, Robert F. 1999. *Secret origins of microeconomics*. Chicago : University of Chicago Press.
- Fama, Eugen F. 1970. Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- 1976. Reply. *Journal of Finance*, 31(1), 143-5.
- Feldman Jacqueline, Lagneau Gérard et Matalon Benjamin (dir.). 1991 *Moyenne, Milieu, Centre. Histoires et usages*, Paris : EHESS.
- Gherardt, Maurice. 1910. *Le Gain Mathématique à la Bourse*. Paris : Charles Amat.
- Haavelmo, Trygve. 1944. The Probability Approach in Econometrics. *Econometrica*, 12(3), 1-115.
- Hacking, Ian. 1990. *The Taming of Chance*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Hébert, Robert F. 1986. Emile Cheysson and the Birth of Econometrics. *Economies et Sociétés PE*, 10, 203-22.
- Hendry, David F. et Mary S. Morgan. 1995. *The Foundations of Econometrics*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Hooker, Ronald H. 1901. On the Correlation of the Marriage-Rate with Trade. *Journal of the Royal Statistical Society*, 64, 485-92.
- Israel, Giorgio. 1996. *La Mathématisation du Réel. Essai sur la Modélisation Mathématique*. Paris : Le Seuil.
- 2000. *Le Jardin au Noyer. Pour un Nouveau Rationalisme*. Paris : Le Seuil.
- Jovanovic, Franck. 2000. L'Origine de la Théorie Financière : Une Réévaluation de l'Apport de Louis Bachelier. *Revue d'Economie Politique*, 110(3), 395-418.
- 2001. Pourquoi l'Hypothèse de Marche Aléatoire en Théorie Financière ? Les Raisons Historiques d'un Choix Ethique. *Revue d'Economie Financière*, 61, 203-11 (reproduit dans *Problèmes Economiques*, 2725, 3-7, 29 août 2001, sous le titre Justice et Equité en Bourse : Une « Marche Aléatoire »).
- 2002. Instruments et Théorie Economique dans la Construction de la « Science de la Bourse » d'Henri Lefèvre. *Revue d'Histoire des Sciences Humaines*, à paraître.
- et Le Gall, Philippe. 2001a. March to Numbers. The Statistical Style of Lucien March. In *The Age of Economic Measurement*, J.L. Klein et M.S. Morgan (dir.), supplément de *History of Political Economy*, 33(5), à paraître.
- et Le Gall, Philippe. 2001b. Does God Practice a Random Walk ? The « Financial Physics » of a 19th Century Forerunner, Jules Regnault. *European Journal for the History of Economic Thought*, 8(3), 332-62.
- Keynes, John Maynard. 1912. Review of H. Poincaré, *Calcul des Probabilités*, L. Bachelier, *Calcul des Probabilités*, E. Carvallo, *Le Calcul des Probabilités et ses Applications*, A.A. Markoff, *Wahrscheinlichkeitsrechnung* Reproduit dans *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, volume XI, D. Moggridge (dir.), Cambridge : MacMillan et Cambridge University Press (1983).

- Klein, Judy L. 1997. *Statistical Visions in Time. A History of Time Series Analysis, 1662-1938*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Koopmans, Tjalling C. (dir.). 1950. *Statistical Inference in Dynamic Models*. Cowles Commission for Research in Economics Monograph 10, University of Chicago.
- Lafaye, P. et Krauss, E. 1927. *Nouvel Exposé de la Théorie Mathématique du Jeu de Baccara*. Paris.
- Laferrière, Julien. 1951. *La Loi Juridique et la Loi Scientifique de la Bourse*. Liasses de feuilles manuscrites d'un ouvrage jamais paru et donné par l'auteur à la bibliothèque Cujas, cote MS 196.
- Laurent, Hermann. 1873. *Traité du Calcul des Probabilités*, Paris : Gauthier-Villars.
- 1893. *Théorie des Jeux de Hasard*, Paris : Gauthier-Villars.
- Lefèvre (de Châteaudun), Henri. 1870a. *Traité Théorique et Pratique des Valeurs Mobilières et des Opérations de Bourse*, Paris : Lachaud.
- 1870b. Spéculation, *Journal des placements financiers*, n°22, 2 juin, 1-4 et n°23, 8 juin, 1-3.
- 1873-1874. Physiologie et Mécanique Sociales. *Journal des Actuaires Français*, 2, 211-50 et 351-88, 3, 93-118.
- 1874. Théorie Générale des Opérations de Bourse. *Affiche 1m sur 60cm, à l'époque en dépôt au bureau de la Correspondance du Palais de la Bourse*
- Le Gall, Philippe. 1993. Les Contributions de Frisch et Kalečki à la Macrodynamique du Cycle et la Naissance de l'Econométrie. *Revue d'Economie Politique*, 103(4), 551-78.
- 1997. Une Autre Science Economique durant la Longue Stagnation : La Pensée des Actuaires Français. In *La Longue Stagnation en France*, Y. Breton, A. Broder et M. Lutfalla (dir.), Paris : Economica.
- 1999. A World Ruled by Venus. On Henry L. Moore's Transfer of Periodogram Analysis from Physics to Economics. *History of Political Economy*, 31(4), 723-52.
- 2001. Driving away from Flatland. 20th Century French Economic Thought in Perspective. In *The Columbia Anthology of 20th Century French Thought*, Lawrence Kritzman (dir.), New York : Columbia University Press.
- 2002. Les Représentations du Monde et les Pensées Analogiques des Economètres : Un Siècle de Modélisation Econométrique en Perspective. *Revue d'Histoire des Sciences Humaines*, à paraître.
- Mandelbrot, Benoît. 1966. Nouveaux Modèles de la Variation des Prix. *Cahiers du Séminaire d'Econométrie*, 9, 55-66.
- 1995. *Les Objets Fractals*. Paris : Flammarion.
- Massebeuf, Alexandre. 1921. *Des Marchés à Primes dans les Bourses de Valeurs (Paris - Londres - Berlin)*, Paris : Garnier frères.
- Ménard, Claude. 1978. *La Formation d'une Rationalité Economique : A.A. Cournot*. Paris : Flammarion.
- 1981. La Machine et le Cœur. Essai sur les Analogies dans le Raisonnement Economique. In *Analogie et Connaissance*, A. Lichnerowicz, F. Perroux et G. Gadoffre (dir.), Paris : Maloine.
- 1992. L'Autre et son Double. In *Michel Foucault, Lire l'Œuvre* Luce Giard (dir.), Paris : Jérôme Million.

- Moore, Henry L. 1908. The Statistical Complement of Pure Economics. *Quarterly Journal of Economics*, 23:1-33.
- Morgan, Mary S. 1990. *The History of Econometric Ideas*. Cambridge : Cambridge University Press.
- 1997. Searching for Causal Relations in Economic Statistics. In *Causality in Crisis ? Statistical Method and the Search for Causal Knowledge in the Social Sciences*, V.R. McKim et S.P. Turner (dir.). Notre Dame : University of Notre Dame Press.
- Norton, P.N. 1902. *Statistical Studies in the New York Money Market*. New York : Macmillan.
- Pochet, Léon. 1873. La Géométrie des Jeux de Bourse. *Journal des Actuaires Français*, 2, 153-65.
- Porter, Theodore M. 1986. *The Rise of Statistical Thinking* Princeton : Princeton University Press.
- Regnault, Jules. 1863. *Calcul des Chances et Philosophie de la Bourse*. Paris : Mallet Bachelier et Castel.
- Samuelson, Paul A. 1965. Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, 6(1), 41-9.
- Vaschide, Nicolas. et Piéron, Henri. 1903. Les Applications du Calcul des Probabilités. L'Enseignement Mathématique, 5ème année, 1-2, Janvier-Mars, 1-44.
- Walter, Christian. 1996. Une Histoire du Concept d'Efficiéce sur les Marchés Financiers. *Annales HSS*, 4, 873-905.
- Zylberberg, André. 1988. L'Economie Mathématique chez les Actuaires Français. *Economia Economies et Sociétés PE*, 9, 35-63.